MATHS WITH
MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

HSC REVISION CYCLE

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

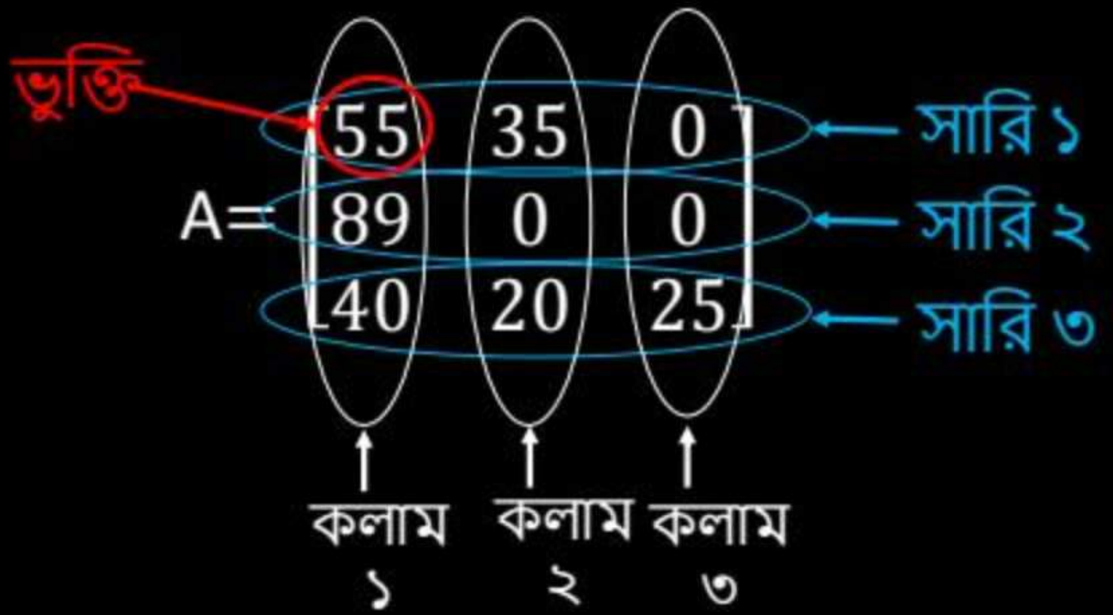
লেকচার - ০১

Basic

Subject	Written	MCQ	Practical	Total
B- 1	55	35	0	80
E-1	89	0	0	89
M-1	40	20	25	75

$$A = \begin{bmatrix} 55 & 35 & 0 \\ 89 & 0 & 0 \\ 40 & 20 & 25 \end{bmatrix}$$

Basic



ম্যাট্রিক্সের ক্রমঃ সারি × কলাম

A ম্যাট্রিক্সের ক্রমঃ 3 × 3 (পড়বেঃ 3 বাই 3)

Basic

ভুক্তি :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

1 2 3

1 2 3

$$A = [a_{ij}]_{i \times j}$$

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

$A[b_{ij}]_{4\times4}$

Q. দৃশ্যকল্প: $A[a_{ij}]_{3\times3}$; যেখানে $a_{ij} = 2i - j$ $I_3 = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ এবং $f(x) = x^2 + 3x$

A নির্ণয় কর। [ঢাকা বোর্ড ২০২১]

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2-1 & 2-2 & 2-3 \\ 4-1 & 4-2 & 4-3 \\ 6-1 & 6-2 & 6-3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$ (ans)

Classification of Matrix

(1) আয়তাকার ম্যাট্রিক্সঃ

সারি ≠ কলাম

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 9 & 9 \\ 1 & 1 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

Basic

Classification

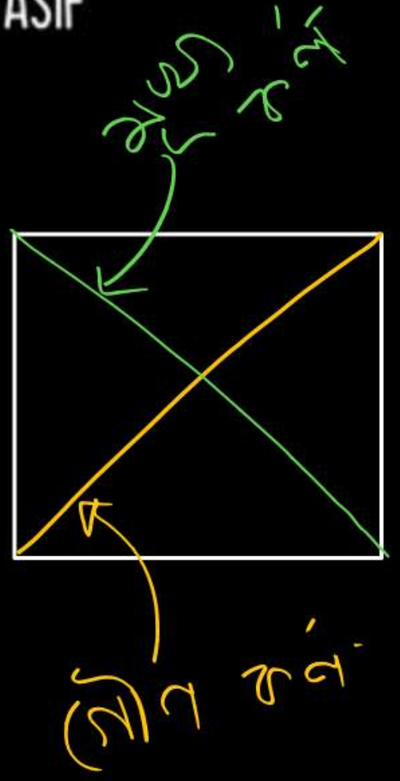
(2) বর্গ ম্যাট্রিক্সঃ

সারি = কলাম

a $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

b

Basic



মুখ্য কর্ণ গৌণ কর্ণ

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 8 & 9 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Trace/নাভিঃ মুখ্য কর্ণের উপাদানগুলোর যোগফল

B ম্যাট্রিক্সের ট্রেস $= 2 + 9 + 3 = 14$

মূখ্যপদঃ মুখ্য কর্ণের উপাদানগুলোর গুণফল

↳ B ⇒ $2 \times 9 \times 3 =$

গৌণ পদঃ গৌণ কর্ণের উপাদানগুলোর গুণফল

↳ B ⇒ $1 \times 9 \times 5$

Q. $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & M \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সে M এর মান কত হলে ম্যাট্রিক্সটির ট্রেস 5 হবে? [চট্টগ্রাম বোর্ড ২০২১]

$$Tr(A) = 4 + M$$

$$\Rightarrow 5 = 4 + M$$

$$\therefore M = 1$$

Basic

Q. $A = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 \\ 3 & -5x & 2 \\ 1 & 0 & x^2 \end{bmatrix}$ { A এর ট্রেস 0 হলে, $x = ?$ }

$$Tr(A) = 6 - 5x + x^2$$

$$\Rightarrow 0 = x^2 - 5x + 6$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$$

$$\therefore x = 3, 2$$

Classification

(3) কর্ণ ম্যাট্রিক্সঃ মূখ্য কর্ণ ছাড়া বাকী উপাদান 0 (বর্গ হতে হবে)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$A[a_{ij}]_{i \times j}$ কর্ণ ম্যাট্রিক্স হবে,

যদি $a_{ij} = 0$ $[i \neq j]$ হলে।

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Basic

Q. কর্ণ ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে—

$a \in \mathbb{R}$

✗ *i.* $a_{ij} \neq 0, i = j$

✓ *ii.* $a_{ij} = 0, i > j$

✓ *iii.* $a_{ij} = 0, i < j$

$i \neq j$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

✓ (গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii, ও iii

Basic

Q. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ একটি –

i. বর্গ ম্যাট্রিক্স

ii. স্কেলার ম্যাট্রিক্স

iii. কর্ণ ম্যাট্রিক্স

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii, ও iii

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. $P = \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ a & -2 & b \\ c & d & 3 \end{bmatrix}$ কর্ণ ম্যাট্রিক্স হলে প্রমাণ কর যে, $a+b+c = x+y$

$\therefore x = 0$
$y = 0$
$b = 0$

$a = 0$
$c = 0$
$d = 0$

$LHS = a+b+c$
$= 0+0+0$
$= 0$

$RHS = x+y$
$= 0+0$

$\therefore LHS = RHS$

Classification

(4) স্কেলার ম্যাট্রিক্সঃ মুখ্য কর্ণের সকল উপাদান সমান (বর্গ,কর্ণ হতে হবে)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

MATHS WITH MAHIR ASIF

Basic

MATH PRO MAX

Q. A একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স এবং K একটি স্কেলার হলে—

i. $(A^t)^t = A$

ii. $(KA)^t = KA^t$

iii. যদি $|A| \neq 0$ হয়, তবে $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii, ও iii

Classification

(5) অভেদক ম্যাট্রিক্সঃ মুখ্য কর্ণের সকল উপাদান 1 (বর্গ, কর্ণ, স্কেলার হতে হবে)

↳ Identity ও

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$5 \times 1 = 5$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(✓) $A \times I = I \times A = A$

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}$ একটি –

i. কর্ণ ম্যাট্রিক্স

ii. প্রতিসম ম্যাট্রিক্স

iii. স্কেলার ম্যাট্রিক্স

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii, ও iii

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. $A = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি একটি –

i. বর্গ ম্যাট্রিক্স

ii. অভেদক ম্যাট্রিক্স

iii. স্কেলার ম্যাট্রিক্স

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii, ও iii

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. 'সকল অভেদক ম্যাট্রিক্সই স্কেলার ম্যাট্রিক্স' ব্যাখ্যা কর।

↳ বর্গ, ক্রম, স্কেলার

↳ মূল কর্ণের মান 1

বর্গ (সারি = কলাম)

↓

ক্রম - (মূল কর্ণের বাইরে মান 0)

↓ ← মূল কর্ণ সমান

স্কেলার → শূন্য
0

↓

অভেদক = 1

Basic

Classification

(6) শূণ্য/Null ম্যাট্রিক্সঃ সকল উপাদন 0

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Basic

Classification

(7) ত্রিভুজাকার ম্যাট্রিক্সঃ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Upper Triangular Matrix

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 4 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

Lower Triangular Matrix

Basic

Q. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 8 \\ x^2-1 & y+2 & 0 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি Upper Triangular Matrix হলে $x = ?$ $y = ?$

$\therefore x^2 - 1 = 0$

$\Rightarrow x = \pm 1$

$\therefore y + 2 = 0$

$\therefore y = -2$

Basic

Classification

(৪) Transpose Matrix(বিম্ব বা রূপান্তরিত): { সারি ↔কলাম }

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A' = A^T = A^t = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ 4 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

MCQ

$$\begin{cases} *(A^T)^T = A \\ *(A \pm B)^T = A^T \pm B^T \\ *(A.B)^T = B^T.A^T \end{cases}$$

$(2\times3)^2 = 36$

$2^2 \times 3^2 = 36$

$(2\times3)^2 = 2^2 \times 3^2$

$(A\times B)^T \neq A^T \times B^T$

$(A\times B)^T = B^T \times A^T$

Basic

Classification

(9) Symmetric: {প্রতিসম}

$$A = A^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 6 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Q. দুটি ম্যাট্রিক্স প্রতিসম হওয়ার শর্ত কী?

① সারি সংখ্যা = কলাম সংখ্যা

② $A^T = A$

Basic

Classification

(9) Skew symmetric: { বক্র প্রতিসম}

$$A = -A^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

0

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= -\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^T = -A$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স ব্যাখ্যা কর। [রাজশাহী বোর্ড ২০২২]

① $A^T = -A$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -4 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -4 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix} = -A$$

$\therefore A^T = -A$ $\therefore A$ Show sym.

A ~~Q.~~ $\begin{bmatrix} 0 & 2 & m \\ -2 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি বিপ্রতিসম হলে m এর মান নির্ণয় কর। [যশোর বোর্ড ২০২১]

$\therefore A = -A^T$

$\Rightarrow A = -\begin{bmatrix} 0 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & -3 \\ m & 3 & 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 2 & m \\ -2 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -4 \\ -2 & 0 & 3 \\ -m & -3 & 0 \end{bmatrix}$

$\therefore m = -4$

Basic

Classification

(10) উপ-ম্যাট্রিক্সঃ

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Basic

Classification

(11) সমঘাতি ম্যাট্রিক্সঃ

$$A^2 = A$$

Q. $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$. দেখাও যে, B একটি সমঘাতি ম্যাট্রিক্স। [ঢাকা বোর্ড ২০২২]

Q. নিচের কোনটি সমঘাতি ম্যাট্রিক্স?

(ক) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

(খ) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

(গ) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

(ঘ) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

Q. $A^2 = A$ হলে A ম্যাট্রিক্সটি–

(ক) সমঘাতী

(খ) ব্যতিক্রমী

(গ) প্রতিসম

(ঘ) অব্যতিক্রমী

Basic

Classification

(12) একঘাতি/অভেদঘাতি ম্যাট্রিক্সঃ

$$A^2 = I$$

Q. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি অভেদঘাতী (involuntary) কিনা যাচাই কর। [যশোর বোর্ড ২০২১]

Q. যদি A একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স এবং $A^2 = I$ হয়, তবে A কে বলে—

(ক) শূন্যঘাতি ম্যাট্রিক্স

✓(খ) অভেদঘাতি ম্যাট্রিক্স

(গ) শূন্য ম্যাট্রিক্স

(ঘ) বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স

Classification

(13) শূন্যঘাতি ম্যাট্রিক্সঃ

$$A^x = 0;\ A^2 = 0;\ A^3 = 0$$

$A^2 = O$

$A^3 = A \times A^2$

$= A \times O = O$

$A^{17} = A^{15} \times A^2 = O$

$A^2 = I$

$A^5 = A^2 \times A^2 \times A$

$= I \times I \times A$

$= A$

$A^4 = A^2 \times A^2 = I$

Q. $P = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -3 & -3 \end{bmatrix}$ হলে দেখাও যে, P একটি শূণ্যঘাতি ম্যাট্রিক্স। [বরিশাল বোর্ড ২০২১]

Basic

Classification

(14) উদঘাতীক ম্যাট্রিক্সঃ

$$A^2 = I$$

Basic

ম্যাট্রিক্সের যোগ

শর্ত : → * ক্রম সমান হতে হবে।

নিয়ম : → * Same same postion এর ভুক্তিগুলো যোগ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 2+1 & 3+1 \\ 4+1 & 5+2 \end{bmatrix}$$

Q. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ হলে, $A + B =$ কত?

(ক) $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(খ) $\begin{bmatrix} -1 & -5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

(গ) $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

(ঘ) $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

Q. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ হলে, $A^t - B^t =$ কত?

(ক) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$

(খ) $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -7 \end{bmatrix}$

(গ) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -7 \end{bmatrix}$

(ঘ) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -7 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Basic

ম্যাট্রিক্সের বিয়োগ

* ক্রম সমান হতে হবে।
* Same same postion এর ভুক্তিগুলো বিয়োগ

Q. $P = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$, $Q = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ হলে $P - Q$ ম্যাট্রিক্সটির নাম কী? [কুমিল্লা বোর্ড ২০১৯]

↳ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

★ Q. $2\begin{bmatrix}1 & -2\\2 & -1\end{bmatrix}+F=I_2$ হলে F ম্যাট্রিক্স টি নির্ণয় কর; যেখানে I_2 একটি অভেদ ম্যাট্রিক্স।

[যশোর বোর্ড ২০১৭]

$$\Rightarrow F=\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2 & -4\\4 & -2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-1 & 4\\-4 & 3\end{bmatrix}$$

ম্যাট্রিক্সের বিয়োগ

Q. $A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ হলে $A - 3B$ =? [দি.বো. ১১; কু.বো. ০১]

ম্যাট্রিক্সের গুণ

ম্যাট্রিক্সের গুণ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$AB = ?$

$$\begin{bmatrix} 1+2 & 3+8 \\ 3+8 & 9+16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 11 \\ 11 & 25 \end{bmatrix}$$

ম্যাট্রিক্সের গুণ

ম্যাট্রিক্সের গুণ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$AB = ?$

$$\begin{bmatrix} 1+2 & 3+8 \\ 3+8 & 9+16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 11 \\ 11 & 25 \end{bmatrix}$$

ম্যাট্রিক্স গুণের শর্ত :

① ২য় ম্যাট্রিক্সের কলাম = ১ম ম্যাট্রিক্সের সারি

Q. $A = [1 \quad -2 \quad 3], B = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}$ হলে, $3AB =$ কত?

(ক) [27]

(খ) [−7]

(গ) [7]

(ঘ) [21]

$2 + 8 - 3 = [7]$

Q. $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ হলে, $\underline{\underline{p^2}} - 2\underline{\underline{I}}$ এর মান হয়-

(ক) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

(খ) $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

(গ) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$

(ঘ) $\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Q. কোন শর্তে দুইটি ম্যাট্রিক্সের যোগ ও গুণ বিদ্যমান?

(3×3) (3×3)

(a × a) (a × a)

$\text{ক্রম}_1 = \text{ক্রম}_2$

$\text{কলাম}_1 = \text{সারি}_2$

$\text{সারি}_1 = \text{সারি}_2$

$\text{কলাম}_1 = \text{কলাম}_2$

$\Rightarrow \text{কলাম}_1 = \text{সারি}_1$

১ম ম্যা. বর্ণ

$\text{সারি}_2 = \text{কলাম}_1$

$\text{সারি}_2 = \text{কলাম}_2$

২য় ম্যা. বর্ণ

∴ ১ম ম্যাট্রিক্স যদি সমান ক্রমের বর্গ ম্যাট্রিক্স হয়

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. দৃশ্যকল্প: $A[a_{ij}]_{3\times3}$; যেখানে $a_{ij} = 2i - j$ $I_3 = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ এবং $f(x) = x^2 + 3x$

খ. $f(A) + 2I_3$ নির্ণয় কর। [ঢাকা বোর্ড ২০২১]

$$A = \begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\3 & 2 & 1\\5 & 4 & 3\end{bmatrix}$$

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\3 & 2 & 1\\5 & 4 & 3\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\3 & 2 & 1\\5 & 4 & 3\end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix}-4 & -4 & -4\\14 & 8 & 2\\32 & 20 & 8\end{bmatrix}$$

$$f(A) + 2I_3$$

$$= A^2 + 3A + 2I_3$$

$$= \begin{bmatrix}-4 & -4 & -4\\14 & 8 & 2\\32 & 20 & 8\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}3 & 0 & -3\\9 & 6 & 3\\15 & 12 & 9\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\0 & 0 & 2\end{bmatrix}$$

$$=$$

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. দৃশ্যকল্প: $A[a_{ij}]_{3\times3}$; যেখানে $a_{ij} = 2i - j$ $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $f(x) = x^2 + 3x$

গ. $(A + I_3) \cdot (A^T - I_3)$ নির্ণয় কর। [ঢাকা বোর্ড ২০২১]

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

ম্যাট্রিক্সের গুণ

ম্যাট্রিক্সের গুণফলের ক্রম

A	B	C
(2×3)	(3×2)	(3×4)

$(a \times b)$ $(b \times c)$

$(a \times c)$

নিচের কোনটি সম্ভব এবং ক্রম কত?

AB $(2 \times 3)(3 \times 2) \Rightarrow (2 \times 2)$

AC $(2 \times 3)(3 \times 4) \Rightarrow (2 \times 4)$

BC $(2 \times 3)(3 \times 4) \Rightarrow (2 \times 4)$

BA $(3 \times 2)(2 \times 3) \Rightarrow (3 \times 3)$

CA $(3 \times 4)(2 \times 3) \Rightarrow \times$

CB $(3 \times 4)(3 \times 2) \Rightarrow \times$

Q. $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ হলে, $B.B^t$ নির্ণয় কর। [রাজশাহী বোর্ড ২০২২]

Q. A, B এবং C ম্যাট্রিক্সগুলোর মাত্রা যথাক্রমে $4 \times 3, 3 \times 4$ এবং 7×4 হলে, $(B + A^T) \cdot C^T$ ম্যাট্রিক্সের মাত্রা কত?

(ক) 3×4

(খ) 3×7 ✓

(গ) 3×3

(ঘ) 4×4

$(B + A^T) \cdot C^T$

↓

$(3 \times 4) + (3 \times 4)$

$(3 \times 4)(4 \times 7)$

$C \quad (B + A^T)$

↓

(7×4)

Q. $A = [a_{ij}]_{3\times2}$ এবং $B = [b_{ij}]_{2\times4}$ হলে, AB ম্যাট্রিক্সের আকার কত?

$(3\times2)(2\times4)$

(ক) 3×2

(খ) 2×4

(গ) 4×3

(ঘ) 3×4

N.D.

Q. A, B এবং C ম্যাট্রিক্সগুলোর আকার যথাক্রমে $5 \times 3, 3 \times 5$ এবং 4×5 হলে, $C(A + B^T)$ এর আকার কত?

(ক) 4×3

(খ) 3×4

(গ) 5×5

(ঘ) 5×3

Q. $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ এবং $Q = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ হলে PQ এর ক্রম কত?

(2×4) (4×1)

(ক) 1×2

(খ) 2×1

(গ) 4×1

(ঘ) 4×4

Q. দুটি ম্যাট্রিক্স A ও B এর মাত্রা যথাক্রমে $p \times q$ এবং $n \times r$ হলে AB নির্ণয়ের শর্ত কোনটি?

(ক) $p = r$

(খ) $p = n$

(গ) $q = r$

(ঘ) $q = n$

MATHS WITH MAHIR ASIF

ম্যাট্রিক্সের গুণ

MATH PRO MAX

N.D.

Q. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$; হলে AB এবং BA = ? Show that, AB≠BA

[দি. বো. ১৬, ১৩; ঢা. বো. ০৮, য. বো. ১২; সি. বো. ১৪, ১২: ব. বো. ১১, চ. বো. ১০, রা. বো. ১৫, মা. বো. ১২]

ম্যাট্রিক্সের গুণ

N.D.

Q. $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$; হলে Show that, $AB=BA=I_3$

[দি. বো. ১৫, ঢা. বো. ১০, চ. বো. ১২, সি. বো. ১০, ০৫: কু. বো. ০৯, ০৩, য. বো. ০৮, রা. বো. ০২, মা. বো. ১১]

ম্যাট্রিক্সের গুণ

Q. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ হলে A^2 এবং A^3 নির্ণয় কর। Show that , $A^2 + 2A - 11I = 0$

[য. বো. ১৫, রা. বো. ১২, ০৭, ঢা. বো. ০৯, ০৩, চ. বো. ০৯, ০৬, দি. বো. ১৪, ০৯, ব. বো. ০৮, সি. বো. ০৩]

$A^3 = A^2 \times A$

Q. $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ এবং $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ হলে, $IA = ?$

(ক) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(খ) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

(গ) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$

(ঘ) $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ এবং $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ হলে –

i. $A - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

ii. $A^T B$ এর মাত্রা 2×3

iii. AB নির্ণয়যোগ্য

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii, ও iii

MATHS WITH MAHIR ASIF

ম্যাট্রিক্সের গুণ

MA নিউটন HSC 2023

ND:

Q. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ হলে $A^2 - 4A - 5I$ নির্ণয় কর।

[*CUET*. 05 – 06; ব.বো. ১৫, চ.বো. ১৩; কু.বো. ১৩, ০৭; সি.বো. ১৬, ১৫, ১১, মা.বো, ০৩]

ম্যাট্রিক্সের গুণ

Q. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ হলে $A^3 - 2A^2 + A - 2I$ নির্ণয় কর।

[ঢা. বো. ১৪, ১২, ০৪, ০১, কু. বো. ১১, ০৪; সি. বো. ০৬; ব. বো. ১৪]

MATHS WITH MAHIR ASIF

ম্যাট্রিক্সের গুণ

MATH PRO MAX

Q. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ $C = [1 \quad 2 \quad -5 \quad 6]$ হলে (AB)C এবং A(BC) নির্ণয় কর।

[চা: বো: ১৬, ১৩, ১১, কু: বো: ১২, দি: বো: ১৬, ১২, রা: বো: ১৩, ১১, য: বো: ১৬, ১০, ব: বো: ১০, চ.বো. ০৫]

$AB = \begin{bmatrix} x \end{bmatrix}$

$BC = \begin{bmatrix} w \end{bmatrix}$

$(AB)C = \begin{bmatrix} y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c \end{bmatrix}$

$A(BC) = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} z \end{bmatrix}$

ম্যাট্রিক্সের গুণ

N.D.

Q. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ হলে দেখাও যে, AB+AC=A(B+C)

[ব.বো. ১১, য.বো. ০৭]

ম্যাট্রিক্সের গুণ

Q. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ হলে দেখাও যে, $(AB)' = B'A'$

[রা. বো. ১৪]

ম্যাট্রিক্সের গুণ

Q. যদি $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ হয় তাহলে α এর মান কত হলে $A + A^t = I$ হবে? (যেখানে α সুক্ষ্মকোণ)

$A + A^{-1}$

$$I = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cos\alpha & 0 \\ 0 & 2\cos\alpha \end{bmatrix}$$

$\therefore 2\cos\alpha = 1$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

Type-1: ম্যাট্রিক্সকে ফাংশনের সাহায্যে প্রকাশ

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. দৃশ্যকল্প: $\left.\begin{matrix} x+y+z=3 \\ x+ay+a^2z=\ell \\ x+a^2y+a^4z=m \end{matrix}\right\}$, $C=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 0\end{bmatrix}$, $f(x)=x^2+3x-7$ [ময়মনসিংহ বোর্ড ২০২১]

$f(C)$ নির্ণয় কর।

$$f(C) = C^2 - 3C - 7I$$

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. $P = \begin{bmatrix} 1+x^2-y^2 & 2xy & 2y \\ 2xy & 1-x^2+y^2 & -2x \\ -2y & 2x & 1-x^2-y^2 \end{bmatrix}$ এবং $f(x) = x^3 - 3x + 2I$

গ. $x = 1, y = 2$ হলে $f(P)$ নির্ণয় কর, যেখানে I একটি অভেদক ম্যাট্রিক্স। [রাজশাহী বোর্ড ২০২১]

$P = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$

Q. $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ -2 & -1 & -3 \\ 3 & -4 & -9 \end{bmatrix}$, এবং $f(n) = x^3 - 2x^2 + x - 2I$ যেখানে I অভেদ ম্যাট্রিক্স। [যশোর বোর্ড ২০২১]

খ. $f(A^T)$ নির্ণয় কর, যেখানে A^T হচ্ছে A এর ট্রান্সপোজ ম্যাট্রিক্স।

MATHS WITH
MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে , $A^2 - 5A - 14I$ একটি শূন্য ম্যাট্রিক্স।

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Type-1: ম্যাট্রিক্সকে ফাংশনের সাহায্যে প্রকাশ

Q. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$; $B = A^t$ এবং $f(x) = x^2 - 4x$ হলে, $f(B) = ?$

[য.বো. ২২; চ.বো, ১৭]

ম্যাট্রিক্সকে ফাংশনের সাহায্যে প্রকাশ

Q. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$; $f(t) = t^2 - 3t + 2$ হলে, $f(A) = ?$

[ব.বো. ২২; ম.বো. ২২; সি.বো. ১৯]

ম্যাট্রিক্সের সমতা

শর্ত → নিয়ম →

দুইটি ম্যাটিক্স সমানঃ

(i) ক্রম সমান

(ii) Same Positon এর ভুক্তিদ্বয় সমান

ম্যাট্রিক্সের সমতা

Q. $\begin{bmatrix} 2x-3y \\ x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$; $x = ?, y = ?$

$2x - 3y = 5$

$x - y = 2$

$x =$

$y =$

Q. $A = \begin{bmatrix} a & a+1 \\ -a+1 & -a \end{bmatrix}$ এ $a = 5$ হলে দেখাও যে, A একটি অভেদঘাতি ম্যাট্রিক্স।

[ঢাকা বোর্ড ২০১৯]

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \ldots = I$$

MATHS WITH MAHIR ASIF

MATH PRO MAX

Q. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & x \\ 3 & 4 & -5 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 8 & 7 \\ 2 & y & -9 \\ z & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 7 \\ 8 & 8 & -18 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ হলে, $(x, y,)z = ?$

(ক) $-4, 8, 2$

(খ) $14, 12, 4$

(গ) $0, 4, -4$

(ঘ) $0, -4, 4$

ম্যাট্রিক্সের সমতা

Q. $A=\begin{bmatrix}2 & 1 & y\\ 1 & x & 0\\ 5 & 0 & -2\end{bmatrix}; B=\begin{bmatrix}-3 & 1 & x\\ 1 & -y & 0\\ 5 & 0 & -2\end{bmatrix}; C=\begin{bmatrix}5 & 0 & y-x\\ 0 & x+y & 0\\ 0 & 0 & 5\end{bmatrix}$ $C = A - B$,

যেখানে C স্কেলার ম্যাট্রিক্স $x = ?, y = ?$

$$\left.\begin{aligned} x+y &= 5\\ y-x &= 0 \end{aligned}\right\} (x, y)$$

ম্যাট্রিক্সের সমতা

Q. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & y \\ 6 & -3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 9 & a+b-3 \\ 3 & ab+2 \end{bmatrix} - 2I_2$ হলে $a = ?, b = ?$

জীবনমুখী ম্যাট্রিক্স

Q. X, Y ও Z হাসপাতাল তিনটির জন্যে সরকার হতে সরবরাহকৃত মডার্না, ফাইজার ও সিনোফার্মের টিকার পরিমাণ (হাজারে) ছক আকারে দেওয়া হলো। ছকটি 3×3 আকারের একটি ম্যাট্রিক্স A নির্দেশ করে। প্রতি পিস মডার্না, ফাইজার ও সিনোফার্ম টিকার আমদানি মূল্য যথাক্রমে 9, 10, 7 ডলার (আনুমানিক)।

টিকা / হাসপাতাল	X	Y	Z
মডার্না (9)	1	2	2
ফাইজার (10)	3	1	2
সিনোফার্ম (7)	4	5	4

গ. তিনটি হাসপাতালে টিকা বাবদ মোট কত ডলার ব্যয় করতে হয়েছে তা নির্ণয় কর।

$$A = 1000 \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 4 \end{bmatrix} \quad \therefore C = 1000 \times \begin{bmatrix} 9 & 10 & 7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 9 & 10 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= 1000 \times \begin{bmatrix} 9+30+28 & 18+10+35 & 18+20+28 \end{bmatrix}$$

$$= \quad \uparrow \text{Hoy } A \qquad \text{Hr } B \qquad \text{Hr } C$$

$(A+B+C)$ H